Ecole polytechnique
Eco 311: Introduction à l'analyse économique
2010

Petite Classe n°5
La croissance économique

Exercice 1 : La comptabilité de la croissance

On considère une économie dont la fonction de production est la suivante :

$$Y_t = A_t F(K_t, L_t)$$

Y_t désigne la production agrégée de l'économie à la date t, K_t, le stock de capital productif, L_t, la quantité de travail disponible et A_t la productivité globale des facteurs. F est une fonction à rendements d'échelle constants, concave et croissante par rapport à chacun de ses arguments. Le temps s'écoule continûment.

1. Ecrire la relation entre la productivité moyenne du travail et le capital par tête. Interpréter.

2. Montrer que, à l'équilibre de concurrence parfaite, les facteurs de production sont rémunérés à leur productivité marginale.

3. En déduire une manière de calculer le taux de croissance de A_t. Interpréter.

4. Écrire le taux de croissance de la productivité apparente du travail du travail en fonction du taux de croissance de la productivité globale des facteurs et du taux de croissance du capital par tête.

5. Les débats récents sur la nouvelle économie ont donné une actualité nouvelle à ces questions : de nombreux travaux se sont attachés à déterminer pourquoi la croissance américaine avait accéléré à la fin des années quatre-vingt dix. Dans le cadre d'une fonction de production Cobb-Douglas $Y = AK^\alpha(A_L L)^{1-\alpha}$, décomposer la croissance selon les modalités du Tableau ci-dessous. Quels ont été les principaux facteurs de la croissance exceptionnelle qu'a connue l'économie américaine entre 1995 et 1998 ?

Tableau 1: Décomposition de la croissance de la productivité du travail aux États-Unis

Variable	**Moyenne 1959-98**	**1959-73**	**1973-90**	**1990-95**	**1995-98**
Production domestique *Y*	3.63	4.32	3.12	**2.74**	**4.72**
Heures travaillées *L*	1.58	1.37	1.68	**1.37**	**2.35**
Prod. du travail *Y/L*	2.04	2.94	1.43	**1.36**	**2.37**
Dont: -capital par tête	1.10	1.49	0.90	**0.63**	**1.13**
-qualité du travail	0.31	0.44	0.20	**0.37**	**0.25**
-PGF	0.62	1.00	0.33	**0.35**	**0.98**

Source : OCDE

Exercice 2 : Le modèle de Solow

On suppose une fonction de production Cobb-Douglas. Le progrès technique A_t est exogène et porte sur le travail L_t (A_tL_t est appelé travail efficace) :

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t.L_t)^{1-\alpha} \quad \text{avec } 0 < \alpha < 1$$

La quantité de travail L et son efficacité A croissent à taux constant g_L et g_A, soit :

$$L_t = L_0 e^{g_L t} \quad \text{et} \quad A_t = A_0 e^{g_A t}$$

Le capital se déprécie au taux δ. Le taux d'épargne s est exogène et constant. On note $k_t = K_t/(A_tL_t)$ et $y_t = Y_t/(A_tL_t)$ les grandeurs par unité de travail efficace.

1. Montrer que la production par unité de travail efficace peut s'écrire:

$$y_t = f(k_t) = k_t^\alpha$$

2. Ecrire l'équation d'évolution du capital effectif k et en déduire l'état stationnaire k^*.

3. Retrouver ce résultat graphiquement, et montrer que l'état stationnaire est stable.

4. Déterminer le niveau correspondant de production effective y^*.

5. Déterminer, à l'état stationnaire, le taux de croissance de la production Y ? Du PIB par travailleur Y/L ?

6. Calculer le salaire et le taux d'intérêt. Comment évoluent ces deux variables au cours du temps?

7. Calculer le taux d'épargne optimal $\widehat{s}$ défini comme étant celui qui maximise la consommation par unité de travail efficace. Quand $s = \widehat{s}$, quel est le rendement du capital ? On dit que l'économie est "dynamiquement inefficiente" si une modification du taux d'épargne peut améliorer la consommation par tête à toutes les périodes. Une économie où $s > \widehat{s}$ est-elle efficiente ou inefficiente ? Et une économie qui n'épargne pas assez ?

8. On introduit maintenant l'Etat, qui peut effectuer des dépenses publiques, en prélevant des impôts ou en s'endettant. On note γ la part des dépenses publiques dans le PIB, d_t la dette publique et τ la part des impôts dans le PIB. Ecrire l'équation d'évolution de la dette publique. Calculer la nouvelle loi d'évolution du stock de capital et la valeur stationnaire de la production par unité de travail efficace lorsque $\gamma = \tau > 0$.