Ecole polytechnique
Eco 311: Introduction à l'analyse économique
Année 2010

Petite Classe n°1
Revenus, niveaux de vie et inégalités

Ce dossier comprend deux exercices et un texte sur la relation entre le PIB par habitant et le niveau de vie.

Exercice 1: Quelques élements de comptabilité nationale

1. Une économie fermée produit et consomme du pain et des voitures. Le prix d'une voiture était de 50 000€ en 2000 et de 60 000€ en 2010. Le prix d'une unité de pain était de 10€ en 2000 et de 20€ en 2010. Le nombre de voitures produites: 100 (en 2000) et 120 (en 2010). Le nombre d'unités de pains produites: 500 000 (en 2000) et 400 000 (en 2010). En prenant l'année 2000 comme référence, calculez le PIB nominal, le PIB réel, le déflateur de PIB et l'Indice des Prix à la Consommation (de Laspeyres).

2. Expliquez la différence entre PIB et PNB. Comparez l'impact de la production de Renault en France et en Argentine sur les comptes nationaux de ces deux pays.

3. Considérez les identités suivantes:

$$Y = C + I + G + X - M \tag{1}$$

$$Y = Y^d + T \tag{2}$$

$$Y = C + S + T \tag{3}$$

où C est la consommation, I l'investissement, G les dépenses gouvernementales, $X - M$ le solde de la balance commerciale, Y^d le revenu disponible, S l'épargne, T le montant des taxes payées.

- Retrouvez l'expression suivante et interprétez:

$$S - I = (G - T) + (X - M) \tag{4}$$

Exercice 2: La mesure des inégalités

Dans tout l'énoncé, on considère des pays de populations égales, et normalisées à 1 pour simplifier les notations. Dans un pays donné, les revenus sont répartis selon une fonction de répartition F. Les pays seront repérés par les indices A et B si nécessaire. On notera le revenu moyen

$$m = \int_0^\infty y dF(y)$$

Première partie :

On s'intéresse aux indices de "performance sociale" définis par

$$I_U = \int_0^\infty U(y) dF(y)$$

où U est une fonction croissante. On impose généralement que I_U doit vérifier le principe de Pigou-Dalton : si $y < y + \varepsilon < z - \varepsilon < z$, Dupont a le revenu y et Dupond a le revenu z, alors transférer ε de Dupond à Dupont augmente I_U.

1. Interpréter. Montrer que le principe de Pigou-Dalton est vérifié ssi U est concave.

2. On définit la courbe de Lorenz $y = L(t)$ par l'égalité

$$L(F(z)) = \frac{1}{m} \int_0^z u dF(u).$$

Interpréter. Montrer que L est croissante et convexe.

3. On définit l'indice de Gini, noté g de la manière suivante

$$g = 1 - 2\int_0^1 L(t)dt.$$

Interpréter la formule. Commenter le tableau 1

Pays ou région	Gini g
Monde en 1820	0,500
Monde en 1870	0,560
Monde en 1910	0,610
Monde en 1950	0,640
Monde en 1980	0,657
Monde en 1992	0,657
Brésil vers 2000	0,600
Pays-bas vers 2000	0,300

Tableau 1: Evolution de l'indice de Gini

Deuxième partie :

Une propriété utile des indices d'inégalité est leur décomposabilité : l'inégalité totale d'une population devrait pouvoir être écrite comme la somme des inégalités internes à ses sous-populations (intra) et de l'inégalité entre ces sous-populations (inter), considérées comme autant d'individus.

1. On appelle indice de Theil ou indice d'entropie la quantité

$$T = \int_0^\infty \frac{y}{m} \log \frac{y}{m} \mathrm{d}F(y).$$

Pourquoi "entropie" ? Montrer que T est décomposable. On se limitera au cas de deux sous-populations A et B de tailles et de répartition $p^A + p^B = 1$ et F^A, F^B, si bien qu'on a

$$dF = p^A dF^A + p^B dF^B \text{ et } m = p^A m^A + p^B m^B.$$

3. Commenter les chiffres du Tableau 2.

Date	T total	T intra	T inter
1820	0,522	0,462	0,061
1870	0,672	0,484	0,188
1910	0,797	0,498	0,299
1950	0,805	0,323	0,482
1970	0,808	0,315	0,492
1992	0,855	0,342	0,513

Tableau 2: Décomposition de l'inégalité mondiale